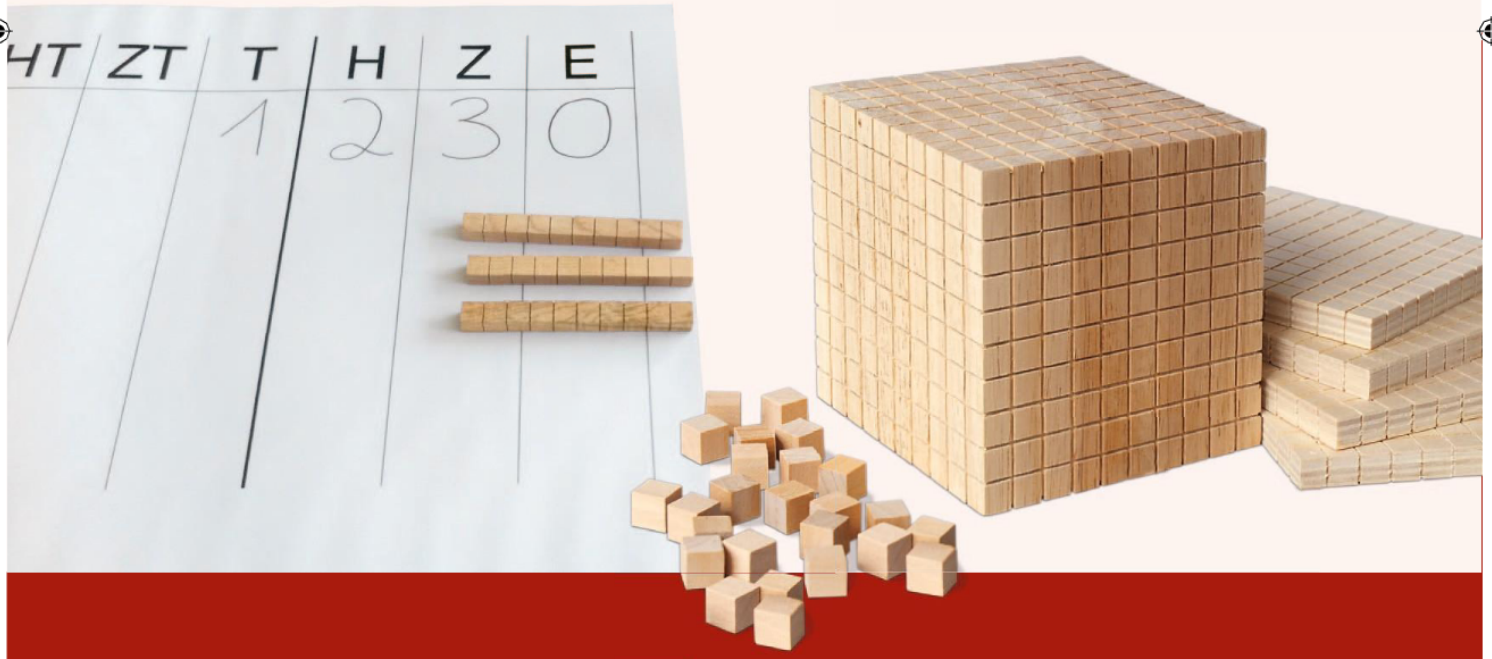
Für Lehrerinnen und Lehrer

Mathe sicher können

Auszug N1 B 'Ich kann bündeln und entbündeln' aus:

Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen



Natürliche Zahlen

Ermöglicht durch
Deutsche Telekom Stiftung

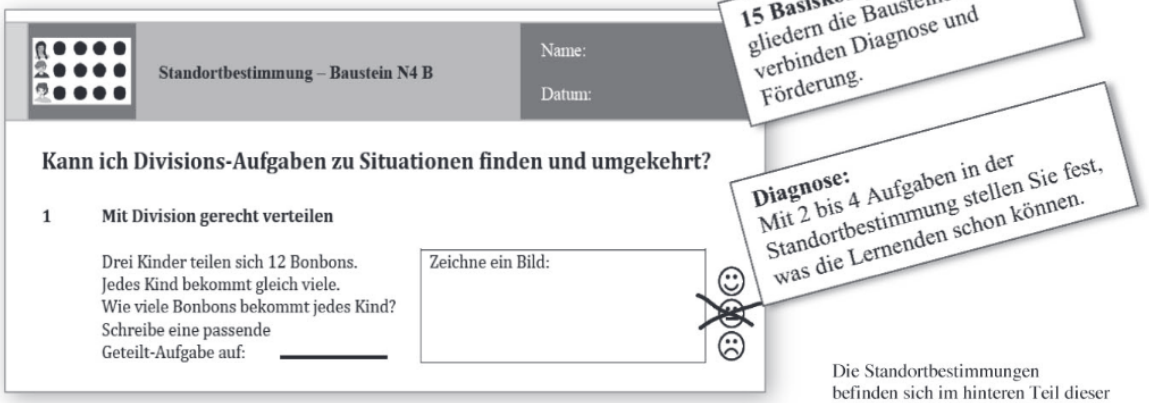
Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Cornelsen

9783060049011 U1+U4.indd 1 23.01.14 10:55

So funktioniert das Diagnose- und Förderkonzept

In den 15 Diagnose- und Förderbausteinen erarbeiten Sie mit Ihren Schülerinnen und Schülern wichtige Basiskompetenzen.



Standortbestimmung – Baustein N4 B

Name:

Datum:

Kann ich Divisions-Aufgaben zu Situationen finden und umgekehrt?

1 Mit Division gerecht verteilen

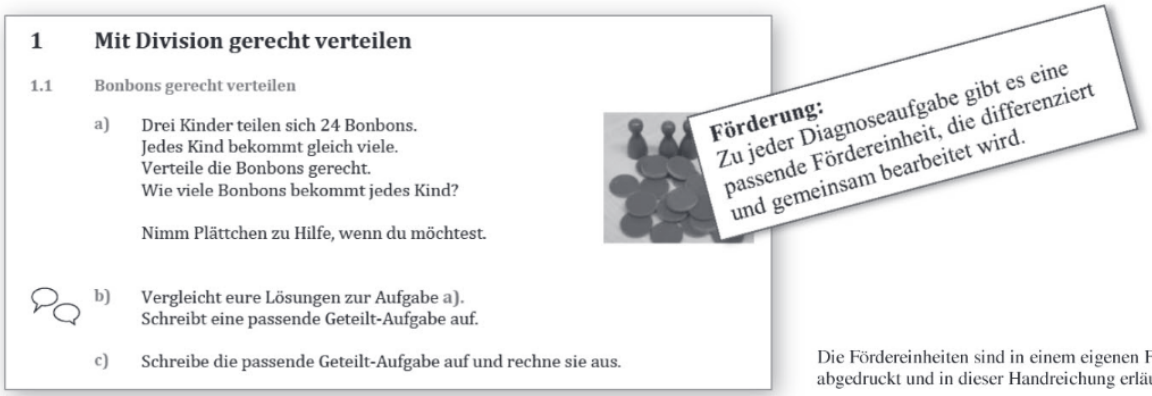
Drei Kinder teilen sich 12 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?
Schreibe eine passende
Geteilt-Aufgabe auf: _____

Zeichne ein Bild:

15 Basiskompetenzen gliedern die Bausteine und verbinden Diagnose und Förderung.

Diagnose: Mit 2 bis 4 Aufgaben in der Standortbestimmung stellen Sie fest, was die Lernenden schon können.

Die Standortbestimmungen befinden sich im hinteren Teil dieser Handreichungen als Kopiervorlage.



1 Mit Division gerecht verteilen

1.1 Bonbons gerecht verteilen

a) Drei Kinder teilen sich 24 Bonbons.
Jedes Kind bekommt gleich viele.
Verteile die Bonbons gerecht.
Wie viele Bonbons bekommt jedes Kind?

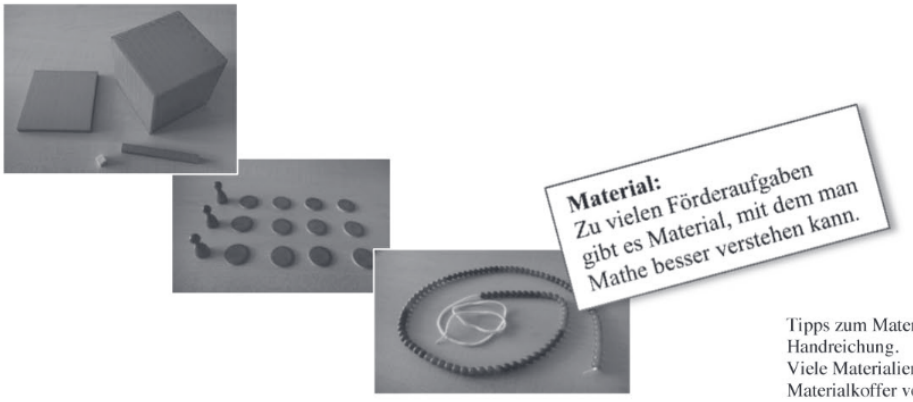
Nimm Plättchen zu Hilfe, wenn du möchtest.

b) Vergleicht eure Lösungen zur Aufgabe a).
Schreibt eine passende Geteilt-Aufgabe auf.

c) Schreibe die passende Geteilt-Aufgabe auf und rechne sie aus.

Förderung: Zu jeder Diagnoseaufgabe gibt es eine passende Fördereinheit, die differenziert und gemeinsam bearbeitet wird.

Die Fördereinheiten sind in einem eigenen Förderheft abgedruckt und in dieser Handreichung erläutert.



Material: Zu vielen Förderaufgaben gibt es Material, mit dem man Mathe besser verstehen kann.

Tipps zum Material sind in dieser Handreichung.
Viele Materialien befinden sich im zugehörigen Materialkoffer von Cornelsen Experimenta

9783060049011 U2+U3.indd 1 23.01.14 10:57

Mathe sicher können

Handreichungen
für ein Diagnose- und Förderkonzept
zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen

Natürliche Zahlen

Herausgegeben von
Christoph Selter
Susanne Prediger
Marcus Nührenbörger
Stephan Hußmann

Entwickelt und Erprobt von
Kathrin Akinwunmi
Theresa Deutscher
Corinna Mosandl
Marcus Nührenbörger
Christoph Selter

Erarbeitet an der Technischen Universität Dortmund
im Rahmen von `Mathe sicher können´, einer Initiative der Deutsche Telekom Stiftung.

technische universität
dortmund

Deutsche
Telekom
Stiftung

Herausgeber: Christoph Selter, Susanne Prediger, Marcus Nührenbörger, Stephan Hußmann

Autorinnen und Autoren: Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher, Corinna Mosandl, Marcus Nührenbörger, Christoph Selter

Redaktion: Corinna Mosandl, Birte Pöhler, Lara Sprenger
Illustration der Figuren: Andrea Schink
Alle sonstigen Bildrechte für Illustrationen und technische Figuren liegen bei den Herausgebern.

Umschlaggestaltung: Corinna Babylon

Unter der folgenden Adresse befinden sich multimediale Zusatzangebote:
www.mathe-sicher-koennen.de/Material

Die Links zu externen Webseiten Dritter, die in diesem Lehrwerk angegeben sind, wurden vor Drucklegung sorgfältig auf ihre Aktualität geprüft. Der Verlag übernimmt keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Seiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind.

1. Auflage, 1. Druck 2014

© 2014 Cornelsen Schulverlage GmbH, Berlin

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschutzt.
Jede Nutzung in anderen als den gesetzlich zugelassenen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlages.
Hinweis zu den §§ 46, 52 a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile durfen ohne eine solche Einwilligung eingescannt und in ein Netzwerk eingestellt oder sonst öffentlich zugänglich gemacht werden.
Dies gilt auch fur Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Druck: DBM Druckhaus Berlin-Mitte GmbH

ISBN 978-3-06-004901-1

PEFC zertifiziert
Dieses Produkt stammt aus nachhaltig bewirtschafteten Wäldern und kontrollierten Quellen.
www.pefc.de

N1 B Bündeln und Entbündeln – Didaktischer Hintergrund

Lerninhalt

Wie bereits in Baustein **N1 A** dargestellt, liegt unserem Zahlsystem das dezimale Stellenwertsystem zugrunde. Um das Wissen über den Aufbau von Zahlen, dass die Schülerinnen und Schüler im Bereich der natürlichen Zahlen erworben haben, auf tragfähige Weise auf die Dezimalzahlen erweitern zu können, ist es notwendig, dass die Lernenden die Eigenschaften unseres Zahlsystems *grundlegend* verstanden haben.

Eigenschaften des dezimalen Stellenwertsystems

Das *dezimale Stellenwertsystem* setzt sich aus vier Prinzipien zusammen (vgl. Ross 1989):

- *Stellenwertprinzip:* Der Wert einer Ziffer in einer mehrstelligen Zahl ist durch die Position dieser Ziffer in der Zahl bestimmt. In der Zahl 486 steht die 4 für Hunderter und nicht bspw. für 4 Einer.
- *Additives Prinzip:* Der Gesamtwert der Zahl ergibt sich aus der Summe der Werte der einzelnen Stellen. Die Zahl 486 ist die Summe von 400 + 80 + 6.
- *Multiplikatives Prinzip:* Jede Ziffer in einer Zahl gibt an, wie viele Bündel mit dieser Mächtigkeit vorhanden sind. So steht die 8 in der Zahl 486 für acht Zehnerbündel.
- *Bündelungsprinzip:* Das dezimale Stellenwertsystem basiert auf der Grundzahl 10, d.h. es werden jeweils zehn Elemente einer Einheit zu einem Element der nächst größeren Einheit zusammengefasst. Die Werte der Stellen steigen somit von rechts nach links jeweils um das Zehnfache an.

Bei der Entbündelung von Zahlen wird der Vorgang des Bündelns umgekehrt, um eine größere Einheit in zehn Elemente der nächsten kleineren Einheit zu tauschen. Dies kann notwendig sein, wenn beispielsweise von einer größeren Einheit kleinere Einheiten weggenommen werden sollen, bei der Arbeit mit Anschauungsmaterial z.B. als folgende Anweisung: „Nimm von einer Zehnerstange drei Einerwürfel weg“. Diese Handlungen zeichnen das Subtrahieren mit Übergängen nach und können deshalb auch helfen, ein Verständnis für diese operative Veränderung anzulegen (dieses wird vertieft in Baustein **N3 A** aufgegriffen).

Übungen zum Bündeln und Entbündeln finden sich in vielen Lehrwerken der Grundschule im Zusammenhang mit der Zahlraumerweiterung. Zumeist wird das Bündelungsprinzip am konkreten Anschauungsmaterial sichtbar gemacht, wenn beispielsweise zehn Zehnerstangen in eine Hunderterplatte getauscht werden sollen. Die Abstraktion auf eine symbolische Schreibweise oder die Darstellung in der Stellenwerttafel sind seltener zu finden, da eventuell vermieden werden soll, dass Lernende durch diese Darstellung in ihrem Lernprozess verunsichert werden.

Nach Scherer und Steinbring (2004, S. 166) können aber gerade nicht standardisierte Zahldarstellungen in der Stellenwerttafel (so genannte *Zauberzahlen*) dazu beitragen, dass Lernende einen vertieften Einblick in den Aufbau von Zahlen bekommen und über die Anregung zur neuen Deutung dezimaler Strukturen über diese reflektieren können (vgl. auch Häsel-Weide / Nührenbörger 2013, Scherer / Moser Opitz 2010).

T	H	Z	E
2	4	5	12

Zauberzahl in der Stellenwerttafel

Veranschaulichung und Material

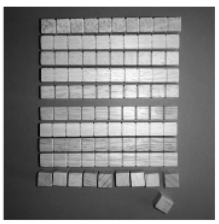
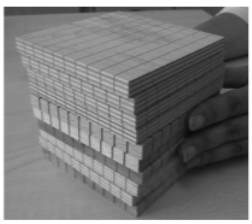
Notations- und Sprechweise

Eine besondere Herausforderung stellt sich den Lernenden bei der Interpretation von mehrstelligen Zehner- und Hunderterzahlen in der Stellentafel oder in der symbolischen Darstellung. So ist es möglich, dass beispielsweise 24 Zehner als Zahl 24 (statt als 240) gedeutet werden, da die zweistellige Anzahl der Bündel suggeriert, dass es sich bei dem Ergebnis ebenfalls um eine zweistellige Zahl handeln muss.

Dekadisches Würfelmaterial

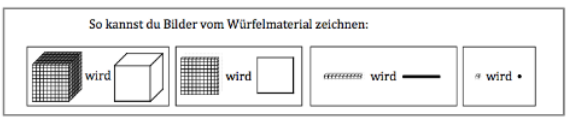
Mit dem dekadischen Würfelmaterial lassen sich aufgrund der Stimmigkeit der Relationen zwischen den Elementeinheiten die Prinzipien des Bündelns und Entbündelns besonders gut darstellen.

Immer zehn Elemente einer kleineren Einheit lassen sich exakt zu einer größeren Einheit zusammenfassen, was von den Lernenden selbst durch ein schrittweises Nachbauen nachvollzogen werden kann. Am konkreten Material ist es für die Schülerinnen und Schüler oft rasch einsichtig, warum beispielsweise zwanzig Zehnerstangen genau den gleichen Wert wie zwei Hunderterplatten besitzen.

Nachbau einer Hunderterplatte bzw. eines Tausenderwürfels

Neben der Arbeit mit dem konkreten Anschauungsmaterial wird wie in **N1 A** eine Möglichkeit zur Notation von Würfelmengen eingeführt. Die einzelnen Elemente des Würfelmaterials werden symbolisch dargestellt, sodass von den Lernenden ein relativ schnelles Nachzeichnen erreicht werden kann.



Auszug aus der Förderung zur Einführung der Würfelmaterialsymbole

Stellenwerttafel

Die Darstellung von Zahlen in der Stellenwerttafel soll die Arbeit mit dem Würfelmaterial ergänzen und den Weg zur Abstraktion von Zahlvorstellungen ebnen.

Dabei wird die oben beschriebene Notation von mehrstelligen *Zauberzahlen* an den einzelnen Stellen ausdrücklich thematisiert, um die Einsichten in die Bündelungsstruktur, die die Lernenden anhand des Würfelmaterials gewonnen haben, übertragbar zu machen. So soll gewährleistet werden, dass dieser Aspekt des Stellenwertverständnisses auch für andere Zahlbereiche, die nicht mit dem Würfelmaterial dargestellt werden können (z.B. Dezimalzahlen), angewandt werden kann.

Aufbau der Förderung

Die Förderung zum Bündeln und Entbündeln mit Material besteht aus zwei Einheiten. In **Fördereinheit 1 (Würfelmaterial bündeln und entbündeln)** wird eine systematische und handelnd durchgeführte Einführung des Bündelns vorgenommen, indem zunächst Einerwürfel und nachfolgend Zehnerstangen zusammengefasst werden sollen, um eine bessere Überschaubarkeit des Materials zu erlangen. Die Handlungen werden durch die Notation der Bündel in einer Stellenwerttafel unterstützt. Darüber hinaus folgen weitere Übungen zum Entbündeln, die mit einer ikonischen Darstellung des Würfelmaterials durchgeführt werden. Auch der Aspekt der Entbündelung wird zunächst handelnd mit dem Würfelmaterial durchgeführt und im gemeinsamen Gespräch reflektiert.

In **Fördereinheit 2 (Zahlen bündeln und entbündeln)** wird der Zusammenhang zwischen der Darstellung einer Zahl mit dem Würfelmaterial und in der Stellenwerttafel weiter und tiefgehender thematisiert, indem das Bündeln an verschiedenen Stellen der Stellenwerttafel erarbeitet und auch auf mögliche Fehlvorstellungen eingegangen wird. Abschließend erfolgt ein Ausblick auf den Zusammenhang zwischen der Bündelung und Entbündelung von Zahlen auf symbolische Bündelungs- bzw. Entbündelungshandlungen mittels einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben. Die Fördereinheit schließt mit einem „Paare finden"- Spiel zur weitergehenden Übung des Erkennens gleichwertiger gebündelter und ungebündelter ikonischer Würfelmaterial-Darstellungen.

Weiterführende Literatur

Häsel-Weide, U. / Nührenbörger, M. (2013): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Fördern im Mathematikunterricht Klasse 3 & 4. In: Bartnitzky, H. / Hecker, U. / Lassek, M. (Hrsg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken. Frankfurt a. M.: Arbeitskreis Grundschule e. V.

Humbach, M. (2008): Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10 – Quantitative und qualitative Analysen. Berlin: Verlag Dr. Köster, 21 - 28.

Scherer, P. / Moser-Opitz, E. (2010): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Scherer, P. / Steinbring, H. (2004): Übergang von halbschriftlichen Rechenstrategien zu schriftlichen Algorithmen – Addition im Tausenderraum. In: Scherer, P. / Bönig, D. (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt am Main: Grundschulverband, 163 - 173.

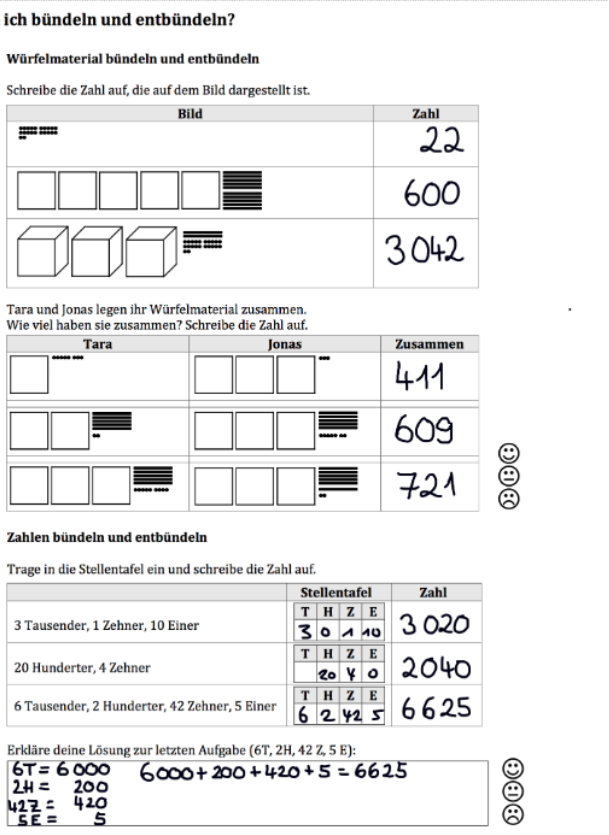
N1 B – Durchführung und Auswertung der Standortbestimmung

Dauer: 10 - 15 Minuten

Hinweise zur Durchführung:

Auch wenn die ikonische Darstellung von Zahlen mit Würfelmaterial in den meisten Grundschullehrwerken behandelt wird, ist diese den Lernenden möglicherweise nicht (mehr) vertraut. In diesem Fall kann und soll auf die Bedeutung der einzelnen Symbole hingewiesen werden.

Bei Aufgabe 2 b) soll die Lösung zur letzten Teilaufgabe aus a) schriftlich oder symbolisch erläutert werden.



Kann ich bündeln und entbündeln?

1 Würfelmaterial bündeln und entbündeln

a) Schreibe die Zahl auf, die auf dem Bild dargestellt ist.

Bild	Zahl
	22
	600
	3042

b) Tara und Jonas legen ihr Würfelmaterial zusammen.
Wie viel haben sie zusammen? Schreibe die Zahl auf.

Tara	Jonas	Zusammen
		411
		609
		721

2 Zahlen bündeln und entbündeln

a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe die Zahl auf.

	Stellentafel (T H Z E)	Zahl
3 Tausender, 1 Zehner, 10 Einer	3 0 1 10	3020
20 Hunderter, 4 Zehner	20 4 0	2040
6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer	6 2 42 5	6625

b) Erkläre deine Lösung zur letzten Aufgabe (6T, 2H, 42 Z, 5 E):

6T = 6000
2H = 200
42Z = 420
5E = 5
6000 + 200 + 420 + 5 = 6625

Hinweise zur Auswertung:

Diagnoseaufgabe 1: Würfelmaterial bündeln und entbündeln

Typische Fehler		Mögliche Ursache	Förderung
a)	Ungebündelte Einheiten können nicht interpretiert bzw. zusammengefasst werden: z.B. 12 statt 22 Einer.	Bündelungsprinzipien unklar	Erarbeitung des Darstellungswechsels zwischen Würfelmaterial und Zahldarstellung (1.1 - 1.4).
	Stellen werden hintereinander geschrieben, z.B. 500100 statt 600.		
	Falsche Interpretation der Stellen, z.B. 3222 statt 3042.	Bündelungsprinzipien unklar, zusätzlich ist hier die Zehnerstelle durch ungebündelte Einer belegt.	
	3402 statt 3042	Evtl. Funktion der Null unklar.	
b)	Auslassung der zu bündelnden Stelle, z.B. 509 statt 609.	Bündelungsprinzipien unklar	Thematisierung des Bündelns allgemein (1.1 - 1.4), insbesondere bei Vereinigung von zwei Teilmengen (1.3).
	Nur teilweise Zusammenfassung von Stellen, z.B. 621 statt 721.		
	Fehlerhafte Bündelung, z.B. von Einern zu Hundertern, z.B. 502 statt 412.		

Diagnoseaufgabe 2: Zahlen bündeln und entbündeln

Typische Fehler		**Mögliche Ursache**	**Förderung**
a.1)	3110	Stellen werden hintereinander geschrieben.	Zusammenhang der Darstellung Würfelmaterial und Stellenwerttafel thematisieren (1.1; 2.1 - 2.2).
	320	Zehner und Einer werden addiert, statt Tausendern werden Hunderter eingetragen.	
a.2)	240	20 Hunderter werden als 200 interpretiert.	
a.3), b)	Notierte Zahl: 6607 „Man muss aufpassen bei den Hundertern und den Zehnern.“	Schwierige Stelle erkannt, Vorgehensweise unklar.	Thematisierung von Vorgehensweisen beim Bündeln in der Stellenwerttafel (2.1) unter besonderer Berücksichtigung von Ursachen fehlerhafter Vorgehensweisen (2.2 b).
	Notierte Zahl: 62 425 „Es sind 6T, 2H, 42Z, 5E = 62 425“	Stellen werden hintereinander geschrieben.	
	Notierte Zahl: 6247 „Also die 6 zum T, die 2 zum H, die 42 muss man teilen, also 4 zum Z und 2 + 5 zum E.“	Zerlegung der 42 Zehner in vier Zehner und 2 Einer.	
	Notierte Zahl: 6620 „42 Z sind 420.“	Einer werden nicht beachtet.	

1 Zahlen mit Material darstellen

1.1 Erarbeiten (20 - 30 Minuten)

Ziel: Einsicht in die Vorteile der Zehnerbündelung bekommen;
Erste Verbindung zur Notation der Bündel in eine Stellenwerttafel thematisieren

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) UG; b), c) jeweils EA, dann UG

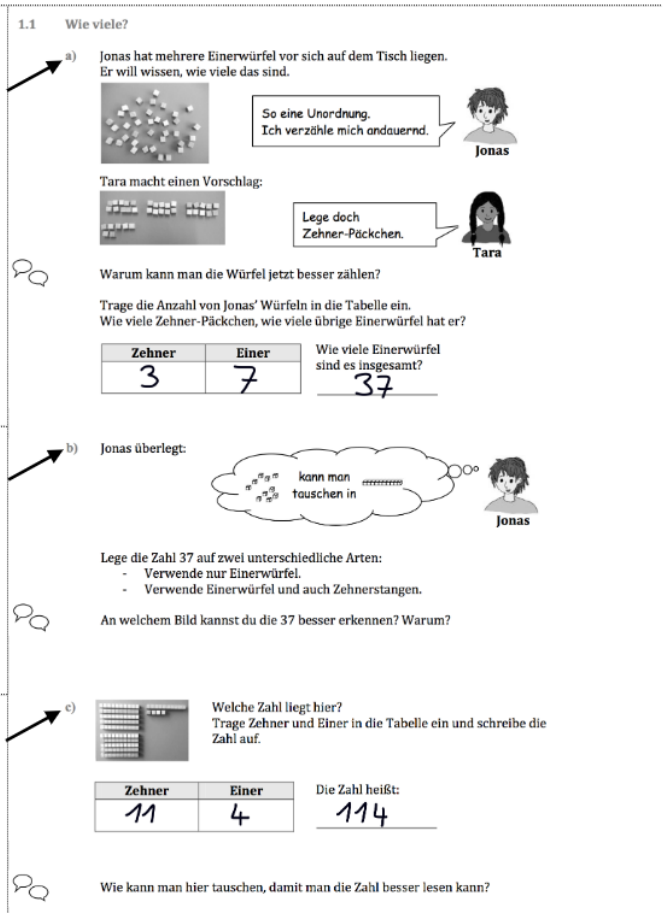
Hintergrund: Einstieg in die Thematik durch die Darstellung einer ungeordneten Menge. Kann mit realem Anschauungsmaterial (37 Einerwürfel) nachgelegt werden.

Zu beachten: Um sicherzustellen, dass es sich um Zehner-Päckchen handelt, ist eine geordnete Darstellung, z.B. mit Fünfergliederung sinnvoll.

Methode: Im Gespräch kann reflektiert werden, dass Zählvorgänge durch die Zehnerbündelung vereinfacht werden können, anschließend werden die Anzahlen in der Stellenwerttafel notiert.

Reflexion: Thematisierung des Tauschaspektes: Zehn Einer lassen sich in eine Zehnerstange umtauschen, da so nicht mehr abgezählt werden muss. Das vereinfacht die Anzahlerfassung, der Wert der Zahl (ob nur mit Einerwürfeln oder mit Zehnerstangen gelegt) bleibt aber identisch.

Methode: Übertragung des Prinzips der ungebündelten Einer auf Bündelung der Zehnerstangen und anschließende Notation der noch ungebündelten Form in die Stellenwerttafel.
Im Gespräch ist zu klären, wie daraus die Anzahl ermittelt werden kann (z.B. $11 \cdot 10 + 4 \cdot 1$ berechnen).
Reflexion: Hier ist die bessere Überschaubarkeit durch bereits gebündeltes Material gemeint. Eine Hunderterplatte ist schneller zu erfassen als 10 Zehnerstangen.



1.1 Wie viele?

a) Jonas hat mehrere Einerwürfel vor sich auf dem Tisch liegen. Er will wissen, wie viele das sind.

So eine Unordnung. Ich verzähle mich andauernd. — Jonas

Tara macht einen Vorschlag:

Lege doch Zehner-Päckchen. — Tara

Warum kann man die Würfel jetzt besser zählen?

Trage die Anzahl von Jonas' Würfeln in die Tabelle ein.
Wie viele Zehner-Päckchen, wie viele übrige Einerwürfel hat er?

Zehner	Einer
3	7

Wie viele Einerwürfel sind es insgesamt? 37

b) Jonas überlegt: kann man ... tauschen in ... — Jonas

Lege die Zahl 37 auf zwei unterschiedliche Arten:
- Verwende nur Einerwürfel.
- Verwende Einerwürfel und auch Zehnerstangen.

An welchem Bild kannst du die 37 besser erkennen? Warum?

c) Welche Zahl liegt hier?
Trage Zehner und Einer in die Tabelle ein und schreibe die Zahl auf.

Zehner	Einer
11	4

Die Zahl heißt: 114

Wie kann man hier tauschen, damit man die Zahl besser lesen kann?

1.2 Üben (15 - 20 Minuten)

Ziel: Weitere Einsichten in Aspekte der Bündelung anlegen;
Üben des Zeichnens der ikonischen Darstellung von Zahlen

Material: MB: Evtl. Würfelmaterial

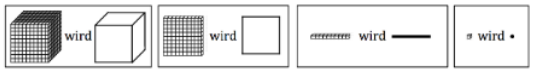
Umsetzung: a), b), c) EA; d) UG

Methode: Wie im Baustein **N1 A** soll hier das gelegte Material in einer Kurzschrift dokumentiert werden können. Die verschiedenen Aufgaben sollen die Knackpunkte des Bündels ansprechen. Wird die Zahl 359 um 1 vergrößert, so kann man die Zahl entweder mit 3 Hunderten, 5 Zehnern und 10 Einern darstellen oder (so wie es hier Intention ist) die 10 Einer zu einer weiteren Zehnerstange bündeln.

Zu beachten: Bei dieser Darstellung kann nicht verhindert werden, dass bei größeren Anzahlen der Elemente das Ablesen der Werte schwierig werden kann. Daher wird sowohl bei der Darstellung der Zehner als auch der Einer eine Fünferstruktur genutzt.

1.2 Zahlen zeichnen

So kannst du Bilder vom Würfelmaterial zeichnen:

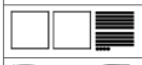


a) Die Zahl wird in jeder Zeile um **1** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	358
	359
	360

Methode: Die Zahl 284 soll in zwei Schritten um jeweils 10 vergrößert werden, so dass der nächste Hunderter erreicht wird. An der Einerstelle ändert sich nichts.

b) Die Zahl wird in jeder Zeile um **10** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	284
	294
	304

Methode: Die Aufgabenstellung thematisiert die für einige Lernende noch unklare Unterscheidung zwischen Hundertern und Tausendern.
Insbesondere die Darstellung des Tausenderwürfels als dreidimensionales Bild kann für einige Lernende sehr herausfordernd sein. In diesem Fall empfiehlt es sich, dies mit den Lernenden gemeinsam zu thematisieren (welche Seiten sieht man?), wichtig ist an dieser Stelle die Abgrenzung zur Hunderterplatte explizit herauszustellen.

c) Die Zahl wird um **1 000** größer. Zeichne sie und schreibe als Zahl.

Bild	Zahl
	111
	1111

Reflexion: Immer zehn Einheiten eines kleineren Wertes lassen sich zu einer Einheit eines größeren Wertes zusammenfassen. Dies gilt für den gesamten (dekadischen) Zahlenraum.

d) Ab wann kann man Teile zusammenfassen?
Welche Regel gilt beim Bündeln?

1.3 - 1.4 **Üben (15 - 20 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

Ziel: Aspekt der Zusammenlegung von Mengen thematisieren;
Üben des Lesens der ikonischen Darstellung von Zahlen;
Fortsetzbarkeit der Bündelung thematisieren

Material: MB: Würfelmaterial

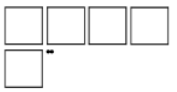
Umsetzung: 1.3 a) EA; b) UG; c) Aufgabengenerator (PA); 1.4 UG

Hintergrund: Der Aspekt des Bündelns tritt auch auf, wenn Zahlen zusammengefügt (im Grunde *addiert*) werden. In der folgenden Aufgabe betrifft dies verschiedene Stellen. Es ist zu erwarten, dass die Verbindung von Einern dabei für die Lernenden problemlos ist, da hier einfach *weitergezählt* werden kann.
Bei der unteren Aufgabe ist die Zusammenführung der beiden Mengen schwieriger, da hier zwei verschiedene Stellen gebündelt werden müssen.

Impuls: Wie kann man vorgehen? Werden die einzelnen Mächtigkeiten getrennt zusammengefasst, die Mengen in Zahlen übersetzt und dann im Kopf addiert oder wird weitergezählt?

1.3 Zusammenlegen

a) Tara und Jonas legen ihr Material zusammen.
Wie viel haben sie zusammen? Schreibe die Zahl auf.

Tara	Jonas	Zusammen
		31
		343
		590
		1040

b) Tara legt die Zahl 240 mit ihrem Material.
Zusammen mit Jonas kann sie die Zahl 300 legen.
Wie viel Material ist von Jonas dazu gekommen?

Methode: Die umgekehrte Überlegung (Bestimmung der Differenz) wird im Gespräch thematisert. An dieser Stelle soll dies möglichst losgelöst vom Material geschehen, kann aber bei Bedarf mit Material nachvollzogen werden.

c) Jeder nimmt sich Würfelmaterial. Welche Zahlen können zusammen gelegt werden?

Methode: Durch das Zusammenlegen sollen wieder Einheiten, wenn möglich, gebündelt werden. Um die Aufgabe zu begrenzen bzw. zu differenzieren, kann die Vorgabe des Materials begrenzt werden.

1.4 Tausender bündeln?

Tara überlegt:



Welche Zahlen könnte man mit 10, 100 oder 1 000 Tausenderwürfeln legen?

Hintergrund: Hier wird der Gedanke aus 1.2 d) aufgegriffen, denn alle Einheiten können weitergedacht werden. Dies funktioniert auch mit der Veranschaulichung durch das Würfelmaterial: 10 Tausenderwürfel können eine *Zehntausenderstange* ergeben (analog zur Zehnerstange), 100 Tausenderwürfel eine *Hunderttausenderplatte* usw. Die Dreiteilung unseres Zahlaufbaus ist demnach teilweise in den Zahlennamen für größere Zahlen sichtbar.

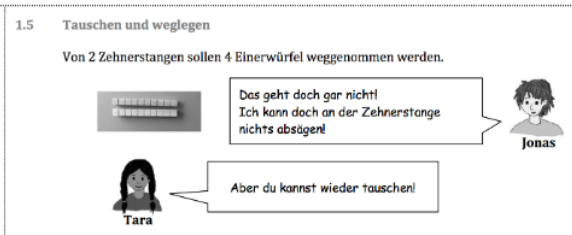
1.5 **Üben (8 - 10 Minuten)**

Ziel: Thematisierung des Entbündelns mit dem Würfelmaterial

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: UG

Methode: Zunächst die Aufgabe besprechen, dann mit Material nachlegen und eine Zehnerstange in zehn Einerwürfel tauschen. Es ist möglich, die Ähnlichkeit des Prinzips des Tauschens von Geldscheinen in Münzen anzusprechen, auch wenn aufgrund der anderen Bündelung bei den Geldwerten (keine durchgehende dekadische Strukturierung durch bspw. 20 Cent-Stück, 5 Euro-Schein etc.) diese Vorstellung nicht vollständig übertragbar ist.



1.6 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben des Lesens und des Zeichnens der ikonischen Darstellung von Zahlen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a) EA, b) UG

Methode: Die Aufgabe kann durch Handeln mit dem Würfelmaterial unterstützt werden. Teilweise sind mehrere Entbündelungsschritte notwendig (wenn z.B. von einer Hunderterplatte ein Einer weggenommen werden soll).

Reflexion: Je mehr Entbündelungsschritte notwenig sind, desto mehr Neunen sind im Ergebnis zu finden.

1.6 Eine Stelle verändern

a) Lege mit dem Material und tausche. Schreibe das Ergebnis auf.

Es liegt	Nimm weg	Ergebnis
1 Zehnerstange	1 Einerwürfel	9
1 Hunderterplatte	1 Zehnerstange	90
1 Hunderterplatte	1 Einerwürfel	99
1 Tausenderwürfel	1 Hunderterplatte	900
1 Tausenderwürfel	1 Zehnerstange	990
1 Tausenderwürfel	1 Einerwürfel	999

b) Wann kommt die 9 einmal, zweimal oder dreimal vor?

1.7 **Üben (5 - 8 Minuten zzgl. Aufgabengenerator)**

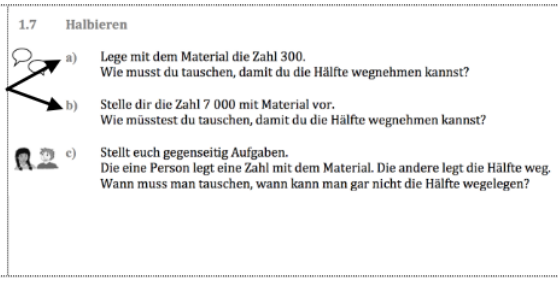
Ziel: Thematisierung des Aspekts des Halbierens ungerader Hunderter- und Tausenderzahlen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a), b) UG); c) Aufgabengenerator (PA)

Hintergrund: Auch bei der Halbierung von ungeraden Hundertern und Tausendern muss eine Einheit entbündelt werden.

Reflexion: Bei der Zerlegung von geraden Anzahlen der Bündel muss nicht getauscht werden. Eine Zahl mit einer ungeraden Anzahl an Einerwürfeln kann nicht halbiert werden.



2 Zahlen bündeln und entbündeln

2.1 Erarbeiten (20 - 25 Minuten)

Ziel: Zusammenhang zwischen den verschiedenen Darstellungsmitteln einer ungebündelten Zahl verstehen

Material: MB: Evtl. Würfelmaterial; KV: Stellentafel (optional)

Umsetzung: a) UG, dann EA; b) UG; c) EA

Hintergrund: Die Aufgabe greift einen typischen Umsetzungsfehler auf: Während der Wert einer Zahl, die (ungebündelt) mit Material gelegt wird, zumeist durch Zählen problemlos ermittelt werden kann, ist die Übertragung in die Stellenwerttafel oft noch unklar. Zwar können die real vorkommenden Anzahlen direkt eingetragen werden, jedoch kann dann die Zahl nicht einfach durch ein Abschreiben der Zahlenwerte ermittelt werden.

2.1 In die Stellentafel eintragen

Jonas hat Würfelmaterial und möchte herausfinden, welche Zahl er damit legen kann.



Tara trägt die Anzahlen in die Stellentafel ein und schreibt auf:



T	H	Z	E
2	4	5	12

Die Zahl heißt: 24 512

Methode: Mit Material nachlegen lassen und auf die multiplikativen Zusammenhänge hinweisen. Die Notation der Anzahl der Einheiten in der Stellenwerttafel bedeutet als Term ausgedrückt:
$2 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 12 \cdot 1$

a) Lies Taras Zahl laut vor. Wie ist sie bei der Lösung vorgegangen? Welchen Fehler hat sie gemacht?

Schreibe deine Lösung zu Jonas' Zahl auf.

Die Zahl heißt: 2 462

Hintergrund: Hier soll eine für die Lernenden hilfreiche Unterstützung bei der Eintragung von ungebündelten Anzahlen in der Stellenwerttafel formuliert werden (z.B. bei Notation der Zahl mit der kleinsten Einheit beginnen und dann von rechts nach links bündeln).

b) Wie bist du vorgegangen?
Welchen Tipp kannst du Tara geben, damit sie die Zahl aus der Stellentafel ablesen kann?

c) Schreibe als Zahl auf.

T	H	Z	E
3	4	5	22

Zahl: 3 472

T	H	Z	E
3	4	25	2

Zahl: 3652

T	H	Z	E
3	24	5	2

Zahl: 5 452

Zu beachten:: Während die Bündelung von 22 Einern zu 2 Zehnern und 2 Einern oft problemlos gelingt, kann für einige Lernende die Vorstellung von mehrstelligen Anzahlen ab der Zehnerstelle ungewohnt sein. Das Prinzip funktioniert genauso, jedoch sollte darauf geachtet werden, dass es nicht zu einer schematischen Vorgehensweise führt („Das muss man einfach in die Spalte links daneben schieben."), sondern verstanden wird, wie kleinere Einheiten zu einer größeren zusammengefasst werden können.

Hilfestellung: Aufgabe mit dem Würfelmaterial unterstützen.

Weitere Aufgabenstellungen: Weitere Übungen mit ungebündelten Darstellungen in der Stellenwerttafel, dazu Kopiervorlage im Anhang der Förderbausteine nutzen.

2.2 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben der verschiedenen Darstellungsmöglichkeiten

Material: -

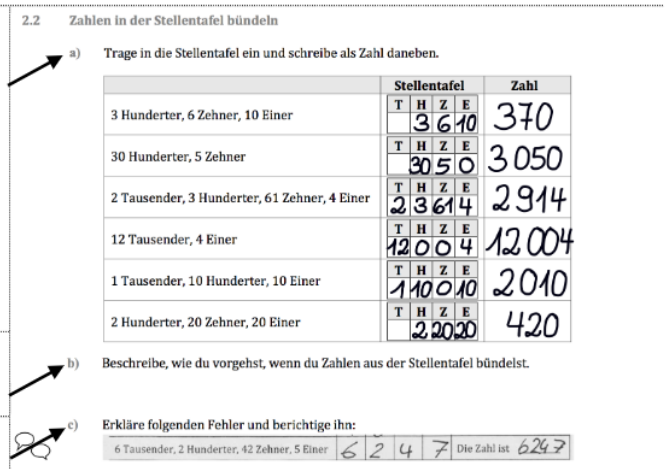
Umsetzung: a) EA; b) UG; c) UG

Methode: Die in 2.1 besprochenen verschiedenen Darstellungsarten und ihr Zusammenhang werden hier auf symbolischer Ebene weiter geübt.

Reflexion: Besonderheit der Null in der Stellenwerttafel, aber auch in der Zifferndarstellung thematisieren.

Reflexion: Thematisierung von (individuellen) hilfreichen Vorgehensweisen beim Bündeln.

Impuls: Welche Vorgehensweise ist zu sehen? Welchen Tipp könnte man dem Lernenden geben?



2.2 Zahlen in der Stellentafel bündeln

a) Trage in die Stellentafel ein und schreibe als Zahl daneben.

	Stellentafel (T H Z E)	Zahl
3 Hunderter, 6 Zehner, 10 Einer	3 6 10	370
30 Hunderter, 5 Zehner	30 5 0	3 050
2 Tausender, 3 Hunderter, 61 Zehner, 4 Einer	2 3 61 4	2 914
12 Tausender, 4 Einer	12 0 0 4	12 004
1 Tausender, 10 Hunderter, 10 Einer	1 10 0 10	2 010
2 Hunderter, 20 Zehner, 20 Einer	2 20 20	420

b) Beschreibe, wie du vorgehst, wenn du Zahlen aus der Stellentafel bündelst.

c) Erkläre folgenden Fehler und berichtige ihn:

6 Tausender, 2 Hunderter, 42 Zehner, 5 Einer | 6 | 2 | 4 | 7 | Die Zahl ist 6247

2.3 **Üben (10 - 15 Minuten)**

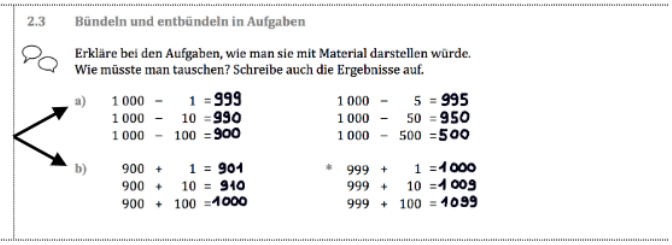
Ziel: Zusammenhang zwischen enaktivem (am Material vorgenommenen) und symbolischem Bündeln und Entbündeln (addieren und subtrahieren) verstehen

Material: MB: Würfelmaterial

Umsetzung: a), b) UG, dann EA

Hintergrund: Symbolische Formulierung (und Erweiterung) der Aufgabe 1.6.

Hilfestellung: Aufgaben können mit Material unterstützt werden, um die Veränderung der Stellen besser deutlich zu machen.



2.3 Bündeln und entbündeln in Aufgaben

Erkläre bei den Aufgaben, wie man sie mit Material darstellen würde. Wie müsste man tauschen? Schreibe auch die Ergebnisse auf.

a)
1 000 − 1 = 999
1 000 − 10 = 990
1 000 − 100 = 900

1 000 − 5 = 995
1 000 − 50 = 950
1 000 − 500 = 500

b)
900 + 1 = 901
900 + 10 = 910
900 + 100 = 1000

* 999 + 1 = 1000
999 + 10 = 1009
999 + 100 = 1099

2.4 **Üben (10 - 15 Minuten)**

Ziel: Üben des Erkennens gleichwertiger Zahlen durch gebündelte und ungebündelte Darstellung

Material: MB: „Paare finden“- Spiel

Umsetzung: PA

Methode: Es gelten die üblichen bzw.in der Gruppe ausgehandelten Spielregeln, evtl. ist es hilfreich, zu Beginn nicht alle Karten zu verwenden. In einem anschließenden Schritt können eigene Karten von den Lernden gestaltet werden.
Reflexion: Wie kann man zusammengehörige Darstellungen gut erkennen?



2.4 Was passt zusammen?

Spielt “Paare finden”.

Erstellt auch eigene Paare.